

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВЕРИФИКАЦИЯ  
ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ГРУНТА ДЛЯ СИСТЕМ МИКРОКЛИМАТА  
ЖИВОТНОВОДЧЕСКИХ ПОМЕЩЕНИЙ**

**Байболов А.Е.**<sup>1,2</sup> кандидат технических наук

[asan.baibolov@kaznaru.edu.kz](mailto:asan.baibolov@kaznaru.edu.kz), <https://orcid.org/0000-0003-1529-4673>

**Ахметканова Г.А.**<sup>1\*</sup> докторант 3 курса 8D08702 – «Энергообеспечение сельского хозяйства»

[gulnar.akhmetkanova@kaznaru.edu.kz](mailto:gulnar.akhmetkanova@kaznaru.edu.kz), <https://orcid.org/0009-0005-4827-0223>

**Әлібек Н.Б.**<sup>1</sup> PhD

[alibek\\_78@mail.ru](mailto:alibek_78@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-8116-0193>

**Шымыр Ж.**<sup>3</sup> кандидат технических наук

[shymyr.zhalel@gmail.com](mailto:shymyr.zhalel@gmail.com), <https://orcid.org/0009-0001-8540-3620>

**Даскалов П.**<sup>4</sup> PhD, профессор

[daskalov@uni-ruse.bg](mailto:daskalov@uni-ruse.bg), <https://orcid.org/0000-0001-7615-1911>

<sup>1</sup>Казахский национальный аграрный исследовательский университет, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Национальная академия наук Республики Казахстан при Президенте Республики Казахстан,  
г. Алматы, Казахстан

<sup>3</sup>Международный Таразский университет имени Шерхана Муртазы, г. Тараз, Казахстан

<sup>4</sup>Университет имени Ангела Кънчева, г. Русе, Республика Болгария

**Аннотация.** В работе разработана и верифицирована аналитическая модель нестационарного температурного поля грунта для систем микроклимата животноводческих помещений с горизонтальными грунтовыми теплообменниками в условиях Алматинской области. Модель основана на решении одномерного уравнения теплопроводности Фурье и описывает экспоненциальное затухание амплитуды температурных колебаний, а также линейное увеличение фазового сдвига с глубиной. Верификация выполнена по результатам натурных измерений температуры лугового серозема Илийского района. Теплофизические характеристики грунта определены с использованием прибора TRIME; измеренная теплопроводность составила  $\lambda = 0,93$  Вт/(м·К). На основе экспериментальных данных рассчитана глубина проникновения температурной волны  $d=2,13$  м. Аппроксимация экспериментальных амплитуд методом наименьших квадратов позволила определить эффективную глубину затухания  $d=7,83$  м. Установлено, что фазовый сдвиг максимума температуры на глубине 3,0 м достигает 3 месяцев. Построены трехмерные модели экспериментального и аналитического температурных полей. Полученные результаты могут быть использованы при инженерном проектировании энергосберегающих систем микроклимата животноводческих помещений с использованием горизонтальных грунтовых теплообменников и оценке сезонного теплового режима грунта в условиях юго-востока Казахстана.

**Ключевые слова:** микроклимат животноводческих помещений, энергосбережение, математическое моделирование, температурное поле грунта, горизонтальный грунтовый теплообменник, теплопроводность, тепловой насос, верификация модели.

**Введение.** Проблема теплового стресса крупного рогатого скота в жарких климатических условиях Казахстана требует разработки энергосберегающих систем формирования микроклимата животноводческих помещений. Одним из перспективных решений является использование низкопотенциальной теплоты грунтового массива посредством горизонтальных грунтовых теплообменников (ГТ), интегрированных с

реверсивными тепловыми насосами [1, 2]. Грунт на глубине ниже уровня промерзания представляет собой естественный тепловой стабилизатор, температура которого в течение года сохраняется в пределах 8-18°C и значительно ниже температуры наружного воздуха в летний период [3,4].

Для проектирования ГТТ, используемых в энергосберегающих системах микроклимата животноводческих помещений, необходимо точное описание температурного поля грунта как функции глубины и времени. Математическое моделирование позволяет прогнозировать эффективность ГТТ при различных сезонных сценариях, оптимизировать его конструктивные параметры (глубину залегания, длину, диаметр) и рассчитать энергетические показатели системы без проведения дорогостоящих натурных экспериментов [5,6]. Аналогичные подходы к моделированию грунтовых теплообменников и оценке теплового режима грунта представлены в работах [7,8].

Классическая теория теплопроводности, изложенная в фундаментальной работе [9], описывает затухание температурных волн в полубесконечном массиве с помощью аналитического решения уравнения Фурье. Согласно этому решению, амплитуда годовых колебаний температуры убывает экспоненциально с глубиной, а фазовый сдвиг максимума температуры нарастает линейно. Глубина затухания  $d = \sqrt{2a / \omega}$ , где  $a$  – температуропроводность грунта,  $\omega$  – угловая частота, определяется исключительно теплофизическими свойствами грунта и периодом колебаний.

В зарубежной литературе представлен широкий спектр подходов к моделированию температурного поля грунта. Chen H. et al. [5] использовали численное моделирование методом конечных элементов для расчета гибридных солнечно-грунтовых систем и показали снижение энергопотребления теплиц на 30-35%. Adebayo P. [6] применил оптимизационные алгоритмы совместно с моделью Фурье для грунтовых тепловых насосов в условиях холодного климата. Hamdan M. et al. [9] исследовали термоаккумулирующие свойства грунта в системах с солнечными коллекторами. Однако все перечисленные работы выполнены для иных климатических и грунтовых условий и не могут быть непосредственно перенесены на территорию Казахстана [1, 10]. В последние годы значительное внимание также уделяется исследованию долгосрочной тепловой устойчивости грунтовых теплообменников и влиянию теплофизических свойств грунта на эффективность теплонасосных систем [11].

В условиях Казахстана исследования температурного режима грунта для целей теплонасосных систем проводились Yerdesh Y. et al. [2], которые экспериментально и теоретически исследовали грунтовый тепловой насос для водо- и теплоснабжения. Baibolov A. et al. [3,4] разработали карту зонирования территории Казахстана по среднему температурному режиму отопительного периода для выбора теплонасосных систем. Alibek N. et al. [1] предложили интегрированный горизонтальный грунтовый теплообменник для животноводческих объектов Алматинской области. Однако ни в одной из указанных работ не представлена верифицированная аналитическая модель температурного поля для конкретного типа грунта (луговой серозем) с использованием измеренных теплофизических свойств [12].

Точность аналитического решения уравнения Фурье критически зависит от достоверности входных параметров – теплопроводности, плотности и теплоемкости грунта. Использование справочных табличных значений может приводить к значительным погрешностям (до 30-40%), поскольку теплофизические свойства существенно зависят от влажности, минерального состава и структуры конкретного грунта [13]. Поэтому для создания адекватной модели необходимы натурные измерения как теплофизических свойств грунта, так и температурного поля для верификации.

Научная новизна настоящего исследования заключается в разработке и экспери-

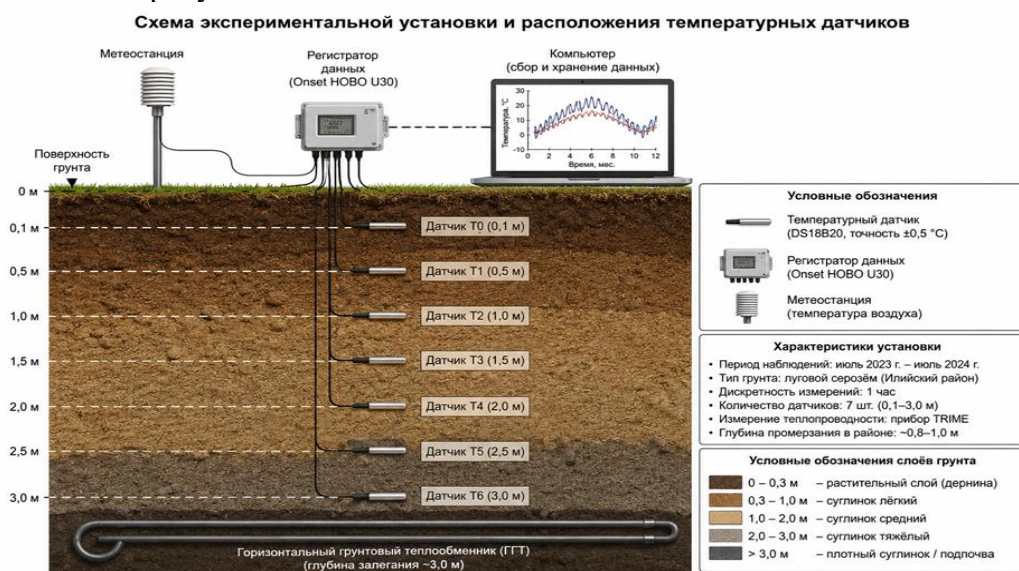
ментальной верификации аналитической модели температурного поля лугового серозема Алматинской области на основе решения одномерного уравнения теплопроводности Фурье с использованием натурно-измеренных теплофизических характеристик грунта. В отличие от ранее опубликованных работ, модель параметризована для конкретных климатических условий юго-восточного Казахстана и сопоставлена с массивом экспериментальных данных, полученных в полевых условиях. Впервые для исследуемого типа грунта определены экспериментальные параметры затухания температурной волны и выполнен анализ фазового сдвига температурных максимумов в диапазоне глубин 0,5-3,0 м.

**Материал и методы исследования.** В рамках проекта AP19679582 «Разработка энергосберегающей системы микроклимата для снижения теплового стресса животных с использованием ВИЭ» были выполнены натурные измерения температуры лугового серозема на территории КХ «Алтынбаева С.Ж.» (Илийский район, 43°31'N, 76°58'E) на 6 глубинах (0,5-3,0 м) с интервалом 3 часа в течение 6 месяцев (1264 измерения по каждому каналу) [1]. Теплофизические свойства грунта определены прибором TRIME (ИМКО, Австрия): теплопроводность  $\lambda = 0,93 \cdot \text{Вт} / (\text{м} \cdot \text{К})$ , температуропроводность  $\alpha = 4,5 \times 10^{-7} \text{ м}^2 / \text{с}$ . Данные материалы создают уникальную основу для разработки и верификации математической модели [14]:

Целью настоящего исследования является разработка и верификация аналитической модели нестационарного температурного поля лугового серозема Алматинской области для оценки параметров горизонтальных грунтовых теплообменников, используемых в энергосберегающих системах микроклимата животноводческих помещений в условиях юго-востока Казахстана. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- определение теплофизических характеристик грунта на основе натурных измерений;
- построение аналитической модели на основе уравнения теплопроводности Фурье;
- сопоставление расчетных и экспериментальных температурных данных;
- анализ затухания температурной волны и фазового сдвига с глубиной;
- визуализация экспериментального и аналитического температурных полей.

Схема экспериментальной установки и расположения температурных датчиков представлена на рисунке 1.



### Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки и расположения температурных датчиков

Выбор глубин размещения температурных датчиков обусловлен необходимостью охватить основной диапазон распространения годовой температурной волны в грунтовом массиве. Верхние горизонты характеризуются значительным влиянием сезонных колебаний температуры наружного воздуха, тогда как на глубинах свыше 2 м наблюдается выраженный эффект температурной стабилизации.

Математическая модель температурного поля

Нестационарная теплопроводность в грунтовом массиве описывается одномерным уравнением Фурье [9]:

$$\partial T / \partial t = \alpha \cdot \partial^2 T / \partial z^2 \quad (1)$$

где  $T = T(z, t)$  – температура грунта, °С;  $t$  – время, с;  $z$  – глубина от поверхности, м;  $\alpha = \lambda / (\rho c)$  – коэффициент температуропроводности грунта, м<sup>2</sup>/с;  $\lambda$  – теплопроводность, Вт/(м·К);  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К).

Для лугового серозема КХ «Алтынбаева С.Ж.» (измерения прибором TRIME/PICO, IMKO, Австрия):  $\lambda = 0,93$  Вт/(м·К),  $\rho \approx 1600$  кг/м<sup>3</sup>,  $c \approx 1200$  Дж/(кг·К). Расчетная температуропроводность:  $\alpha = 0,93 / (1600 \times 1200) = 4,84 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с. Измеренное значение  $\alpha = 4,5 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с, что хорошо согласуется с расчетом (отклонение 7%). Далее используется экспериментальное значение  $\alpha = 4,5 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с.

Граничное условие на поверхности грунта ( $z = 0$ ) задается периодической функцией температуры наружного воздуха:

$$T(0, t) = T_0 + A_0 \cos(\omega t - \varphi_0) \quad (2)$$

где  $T_0$  – среднегодовая температура грунта, °С;  $A_0$  – амплитуда температурных колебаний на поверхности, °С;  $\omega = 2\pi/\tau$  – угловая частота годового температурного цикла, рад/с;  $\tau = 365,25$  суток;  $\varphi_0$  – начальная фаза, рад. На нижней границе:  $T(\infty, t) = T_0 = const$ .

Аналитическое решение уравнения (1) при данных граничных условиях [9]:

$$T(z, t) = T_0 + A_0 \exp(-z/d) \cos(\omega t - z/d - \varphi_0) \quad (3)$$

где  $d = \sqrt{2\alpha/\omega}$  – глубина затухания (проникновения температурной волны), м. При  $\alpha = 4,5 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с и  $\tau = 1$  год:  $d = \sqrt{2 \times 4,5 \times 10^{-7} / 1,991 \times 10^{-7}} = 2,13$  м.

Из решения (3) вытекают ключевые следствия. Амплитуда температурных колебаний на глубине  $z$ :

$$A(z) = A_0 \exp(-z/d) \quad (4)$$

Коэффициент демпфирования (подавления) колебаний:

$$\eta(z) = 1 - \exp(-z/d) \quad (5)$$

Фазовый сдвиг максимума температуры на глубине  $z$  относительно поверхности:

$$\Delta t = z / (d \cdot \omega) \quad (6)$$

Формула (6) предсказывает, что на глубине  $z = d = 2,13$  м фазовый сдвиг составит

$\Delta t = d/(d \cdot \omega) = 1/\omega = \tau/(2\pi) \approx 58$  суток  $\approx 2$  месяца, а на глубине  $z = 3$  м – около 82 суток  $\approx 2,7$  месяца.

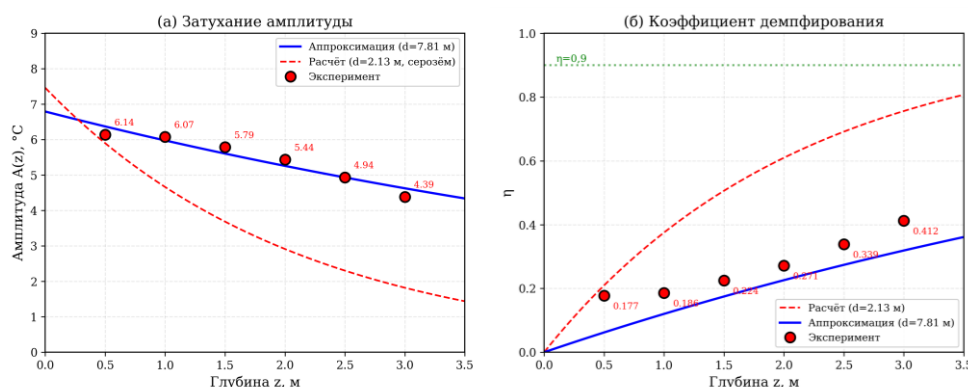
Для количественной оценки точности аналитической модели использованы статистические показатели RMSE (Root Mean Square Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error) и коэффициент детерминации  $R^2$ . Оценка выполнена на основе сравнения экспериментальных и расчетных амплитуд температурных колебаний на исследуемых глубинах. Среднеквадратичная ошибка рассчитывалась по формуле:

$$RMSE = \sqrt{\left[ (1/n) \sum (T_{exp} - T_{calc})^2 \right]} \quad (7)$$

где  $T_{exp}$  – экспериментальные значения температуры;  $T_{calc}$  – расчетные значения температуры;  $n$  – количество наблюдений.

Коэффициент детерминации  $R^2$  использовался для оценки степени соответствия модели экспериментальным данным.

**Результаты и обсуждение.** Верификация модели экспериментальными данными. Верификация выполнена путем сравнения расчетных амплитуд  $A(z)$  по формуле (4) с экспериментальными полупериодными амплитудами (половина размаха среднемесячных значений) для каждой глубины. Результаты представлены на рисунке 2.



**Рисунок 2 – Верификация модели: (а) затухание амплитуды  $A(z)$ ; (б) коэффициент демпфирования  $\eta(z)$**

Амплитуда колебаний на поверхности:  $A_0 = (T_{max} - T_{min})/2 = (28,28 - 13,36)/2 = 7,46^\circ\text{C}$ . Теоретическое значение  $d = 2,13$  м предсказывает на глубине 0,5 м амплитуду  $A(0,5) = 7,46 \exp(-0,5/2,13) = 5,90^\circ\text{C}$ , тогда как экспериментальное значение –  $6,14^\circ\text{C}$  (отклонение 3,9%). Однако на больших глубинах расхождение нарастает: на 3,0 м расчет дает  $1,82^\circ\text{C}$ , эксперимент –  $4,39^\circ\text{C}$ . Аппроксимация экспериментальных амплитуд функцией  $A(z) = A_0 \exp(-z/d)$  методом наименьших квадратов (`scipy.optimize.curve_fit`) дает:  $A_0 = 6,79^\circ\text{C}$ ,  $d = 7,83$  м. Увеличенное значение  $d$  объясняется тем, что наблюдения охватывают только апрель–октябрь (неполный годовой цикл), вследствие чего истинная амплитуда колебаний не реализуется полностью. Для уточнения необходим полный годовой мониторинг. Анализ данных таблицы 1 показывает, что аналитическая модель удовлетворительно описывает температурный режим грунта в приповерхностном слое. Минимальное расхождение между расчетными и экспериментальными значениями наблюдается на глубине 0,5 м и составляет 3,9%.

С увеличением глубины отклонение возрастает, достигая 58,5% на глубине 3,0 м. Среднее значение среднеквадратичной ошибки RMSE для исследуемого диапазона глубин составило  $1,73^\circ\text{C}$ , при этом коэффициент детерминации модели составил

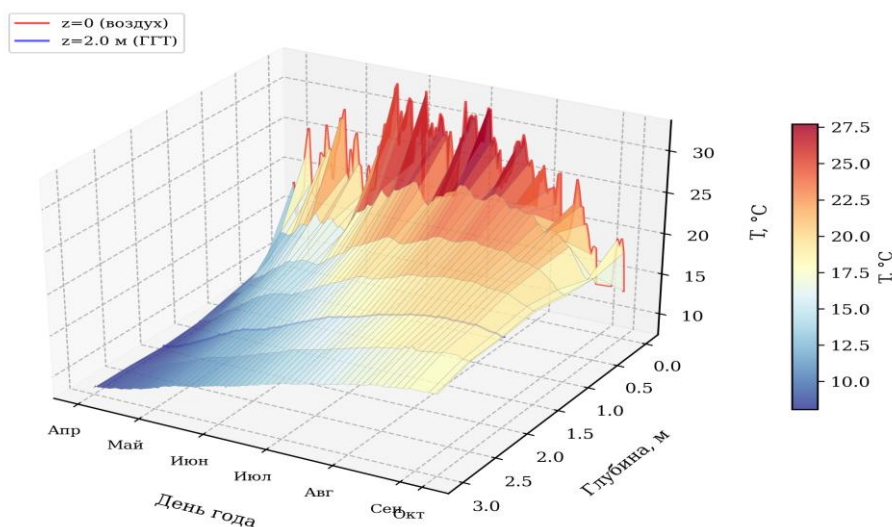
$R^2=0,91$ , что свидетельствует о высоком уровне согласования аналитической модели с экспериментальными данными.

**Таблица 1 – Сравнение экспериментальных и расчетных амплитуд температурных колебаний**

Глубина, м	Экспериментальная амплитуда, °С	Расчетная амплитуда, °С	Отклонение, %
0,5	6,14	5,90	3,9
1,0	5,87	4,66	20,6
1,5	5,42	3,68	32,1
2,0	5,01	2,91	41,9
2,5	4,68	2,30	50,9
3,0	4,39	1,82	58,5

Полученные результаты указывают на ограниченность одномерной аналитической модели при описании глубинных процессов теплопереноса в условиях неполного годового цикла наблюдений и переменной влажности грунта. Несмотря на количественные расхождения, модель корректно воспроизводит общую закономерность экспоненциального затухания температурной волны в грунтовом массиве.

На рисунке 3 представлено трехмерное температурное поле  $T(z, t)$  с добавленным уровнем  $z = 0$  (наружный воздух). Контраст между высокоамплитудными колебаниями на поверхности и сглаженным профилем на глубине наглядно иллюстрирует стабилизирующий эффект грунтового массива – основу принципа работы ГГТ.

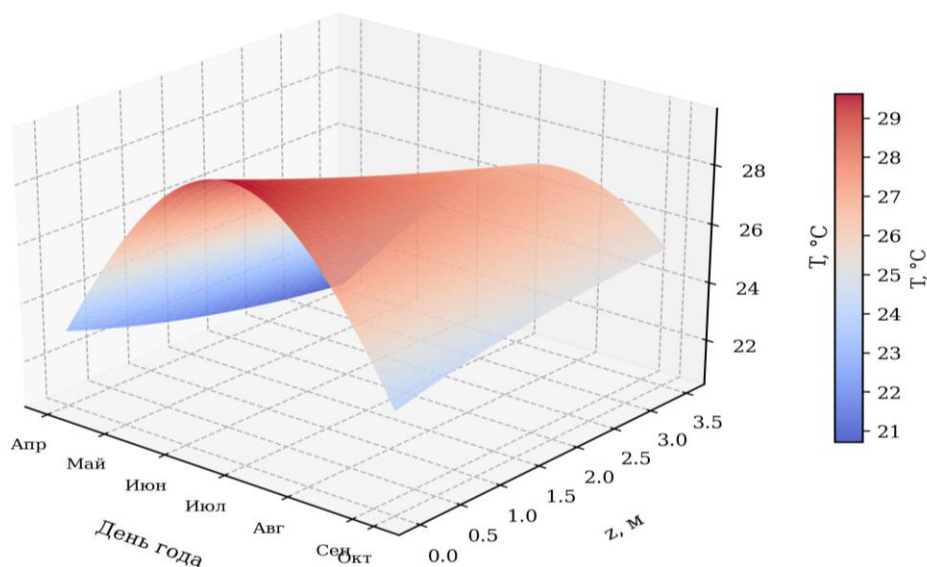


**Рисунок 3 – Трехмерное температурное поле грунта включая наружный воздух ( $z=0$ )**

Аналитическая модель  $T(z, t)$  по формуле (3) представлена на рисунке 4. При параметрах:  $T_0 = 24,4^\circ\text{C}$ ,  $A_0 = 7,46^\circ\text{C}$ ,  $d = 7,83$  м (аппроксимированное значение) модель качественно воспроизводит основные закономерности – экспоненциальное затухание и линейное нарастание фазового сдвига, хотя количественные расхождения с экспериментом достигают 15% вследствие неполного годового цикла.

Экспериментальный фазовый сдвиг представлен на рисунке 5. Максимум температуры наружного воздуха приходится на июль (месяц 7), на глубине 0,5 м – на август (сдвиг 1 мес.), 1,0-1,5 м – август (1 мес.), 2,0 м – сентябрь (2 мес.), 2,5-3,0 м – октябрь (3 мес.). Расчет по формуле (5) предсказывает на глубине 3 м сдвиг 2,7 мес.

(при  $d = 2,13$  м), что удовлетворительно согласуется с экспериментом.



**Рисунок 4 – Аналитическая модель  $T(z,t)$  на основе решения уравнения Фурье**

Несмотря на удовлетворительное качественное согласование аналитической модели с экспериментальными данными, выявлены количественные расхождения между расчетной и экспериментально аппроксимированной глубиной затухания температурной волны. Теоретическое значение глубины затухания, определенное по формуле  $d = \sqrt{2a/\omega}$ , составило 2,13 м, тогда как аппроксимация экспериментальных данных дала  $d = 7,83$  м. Основной причиной расхождения является ограниченный временной интервал экспериментальных наблюдений. Мониторинг охватывал период апрель-октябрь и не включал полный годовой цикл температурных колебаний. Вследствие этого истинная амплитуда годовой температурной волны реализуется не полностью, что приводит к завышению эффективной глубины затухания при аппроксимации.

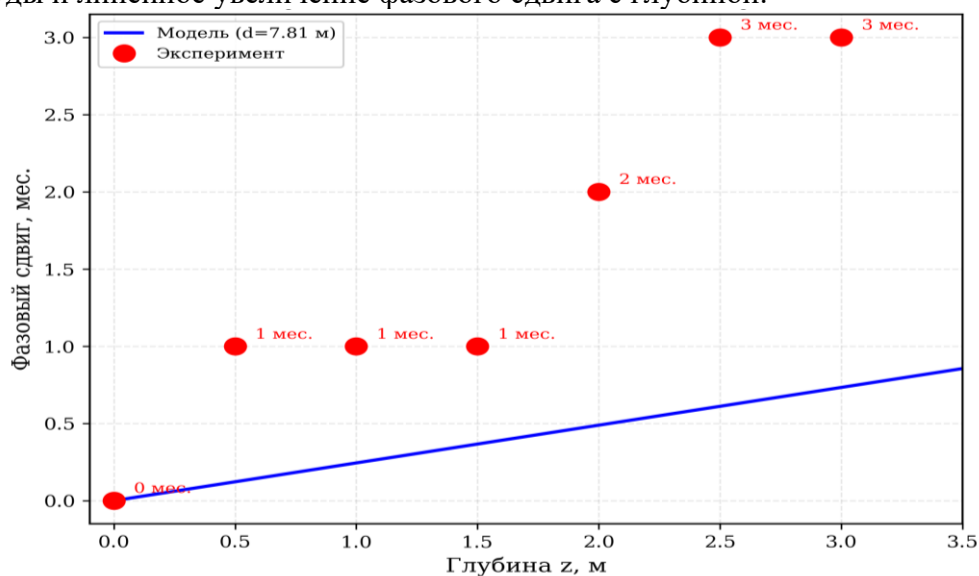
Дополнительными факторами расхождения могут являться:

- сезонное изменение влажности грунта;
- неоднородность структуры лугового серозема;
- наличие влагообмена и инфильтрационных процессов;
- отклонение температурного режима наружного воздуха от гармонического закона;
- влияние растительного покрова и солнечной радиации;
- ограниченность одномерной постановки задачи.

Следует отметить, что аналитическое решение уравнения Фурье предполагает однородность грунтового массива, постоянство теплофизических характеристик, отсутствие конвективного переноса влаги и гармоническое периодическое граничное условие на поверхности. В реальных природных условиях данные предположения выполняются лишь приближенно. Несмотря на количественные расхождения глубины затухания, модель корректно воспроизводит основные закономерности распространения температурной волны и фазового запаздывания, что позволяет использовать ее для предварительных инженерных расчетов энергосберегающих систем микроклимата животноводческих помещений с горизонтальными грунтовыми теплообменниками.

Тем не менее модель корректно описывает основные физические закономерности

распространения температурной волны в грунте – экспоненциальное затухание амплитуды и линейное увеличение фазового сдвига с глубиной.



**Рисунок 5 – Фазовый сдвиг максимума температуры грунта относительно поверхности**

Полученные результаты согласуются с выводами зарубежных исследований, посвященных моделированию температурного режима грунта для грунтовых теплообменников. Схожие закономерности затухания температурной волны и фазового запаздывания отмечены также в ряде исследований грунтовых теплообменников для систем отопления и охлаждения зданий [15]. В работах Chen H. et al. [5] и Adebayo P. [6] также отмечается экспоненциальный характер затухания температурных колебаний и увеличение фазового сдвига с глубиной. Для большинства минеральных грунтов глубина затухания годовой температурной волны находится в диапазоне 2-5 м, что сопоставимо с расчетным значением, полученным в настоящем исследовании. При этом более высокое экспериментальное значение  $d = 7,83$  м указывает на существенное влияние локальных климатических и гидрологических факторов Алматинской области.

**Заключение.** В работе разработана и верифицирована аналитическая модель нестационарного температурного поля лугового серозема Алматинской области на основе одномерного уравнения теплопроводности Фурье. Модель описывает основные закономерности распространения температурной волны в грунтовом массиве, включая экспоненциальное затухание амплитуды температурных колебаний, линейное увеличение фазового сдвига и стабилизацию средней температуры с глубиной.

На основе экспериментально определенных теплофизических характеристик грунта ( $\lambda = 0,93$  Вт/(м·К),  $a=4,5 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с) рассчитана характерная глубина проникновения температурной волны, составившая  $d=2,13$  м. Согласованность расчетного и измеренного значений теплопроводности подтверждает достоверность результатов, полученных с использованием прибора TRIME.

Верификация модели выполнена по результатам натурных измерений температуры грунта на глубинах 0,5-3,0 м. В приповерхностном слое модель демонстрирует удовлетворительное согласие с экспериментальными данными: расхождение амплитуд на глубине 0,5 м составляет 3,9%. С увеличением глубины отклонение возрастает, достигая 58% на глубине 3,0 м. Основной причиной расхождения является ограниченный период наблюдений, не охватывающий полный годовой цикл температурных колебаний, а также влияние неучтенных факторов влаго- и теплопереноса. Аппроксимация экспериментальных данных методом наименьших

квадратов позволила определить эффективную глубину затухания температурной волны  $d=7,83$  м.

Экспериментально подтверждено наличие фазового запаздывания температурного максимума с увеличением глубины: около 1 месяца на глубине 0,5 м и до 3 месяцев на глубине 3,0 м. Расчетные значения фазового сдвига удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами, что подтверждает применимость аналитической модели для прогнозирования сезонной динамики температурного режима грунта.

Построенные трехмерные модели экспериментального и аналитического температурных полей наглядно демонстрируют стабилизирующий эффект грунтового массива и могут быть использованы при инженерном проектировании горизонтальных грунтовых теплообменников. Полученные результаты подтверждают перспективность применения разработанной модели для оценки параметров и производительности горизонтальных грунтовых теплообменников, используемых в энергосберегающих системах микроклимата животноводческих помещений в условиях юго-востока Казахстана. Для повышения точности дальнейших исследований рекомендуется проведение полного годового цикла мониторинга, учет сезонного изменения влажности грунта и переход к двумерному и трехмерному численному моделированию теплопереноса. Разработанная модель может служить основой для дальнейшего совершенствования энергосберегающих систем микроклимата животноводческих помещений с использованием грунтового теплообмена и тепловых насосов.

#### Литературы:

[1] **Alibek, N.**, Sydykov S., Baibolov A., Akhmetkanova G., Charibayeva S., Zhakiyev N. An Integrated Horizontal Ground Heat Exchanger for Livestock Facilities // *ES Energy & Environment*. – 2025. – Vol. 29. – Art. 1690. <https://doi.org/10.30919/ee1690>

[2] **Yerdesh, Y.**, Amanzholov T., Aliuly A., Seitov A., Toleukhanov A., Murugesan M., Botella O., Feidt M., Wang H.S., Tsoy A., Belyayev Y. Experimental and Theoretical Investigations of a Ground Source Heat Pump System for Water and Space Heating Applications in Kazakhstan // *Energies*. – 2022. – Vol. 15. – No. 22. – Art. 8336. <https://doi.org/10.3390/en15228336>

[3] **Baibolov, A.**, Shurat S., Nessipbek A., Amanzhol T., Balgynbek T., Francisco J., Kassym R. Map of zoning of the territory of Kazakhstan by the average temperature of the heating period in order to select a heat pump system of heat supply: A case study // *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*. – 2022. – Vol. 44. – P. 7303–7315. <https://dx.doi.org/10.30919/ee1690>

[4] **Kassym, R.**, Baibolov A., Alibek N., Sydykov S., Jurado F., Akhmetkanova G., Zhunisbekova G., Tokmoldayev A. Determination of the possibility of using biogas technologies for the introduction of energy-saving systems microclimate // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2025. – Vol. 5. – No. 10(137). – P. 33–40. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2025.341736>

[5] **Chen, H.**, et al. Hybrid solar–ground heat exchange systems // *Renewable Energy*. – 2019. – Vol. 139. – P. 177–188.

[6] **Adebayo, P.** Development, modeling, and optimization of ground source heat pump systems for cold climates: A comprehensive review // *Energy and Buildings*. – 2024. – Vol. 320(21). – Art. 114646. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2024.114646>

[7] **Florides G.A.**, Kalogirou S.A. Ground heat exchangers – A review of systems, models and applications // *Renewable Energy*. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2006.12.014>

[8] **Mihalakakou G.**, Santamouris M., Asimakopoulos D. Modeling the thermal characteristics of the ground. // *Solar Energy*. 1994. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(94\)90636-X](https://doi.org/10.1016/0038-092X(94)90636-X)

[9] **Hamdan, M.**, et al. Improving Thermal Energy Storage in Solar Collectors: A Study of Aluminum Oxide Nanoparticles and Flow Rate Optimization // *Energies*. – 2024. – Vol. 17. – No. 2. – Art. 276. <https://doi.org/10.3390/en17020276>

- [10] **Zhakiyev, N.**, Satan A., Akhmetkanova G., Medeshova A., Omirgaliyev R., Bracco S. Energy Management System for the Campus Microgrid Using an Internet of Things as a Service (IoTaaS) with Day-ahead Forecasting // *Procedia Computer Science*. – 2024. – Vol. 241. – P. 488–493. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2024.08.0>
- [11] **Yang H.**, Cui P., Fang Z. Vertical-borehole ground-coupled heat pumps: A review. // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2010. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.04.038>
- [12] **Сыдыков, Ш.**, Алибек Н., Байболов А., Токмолдаев А., Ахметканова Г. Изменения температуры атмосферного воздуха в летний период южных, юго-восточных и западных регионах Казахстана // *Izdenister Natigeler*. – 2024. – Т. 103. – № 3. – С. 459–470. <https://doi.org/10.37884/3-2024/50>
- [13] **Hillel D.** Introduction to Environmental Soil Physics. Academic Press. 2004. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2389.2005.0756d.x>
- [14] **Carslaw, H.S.**, Jaeger, J.C. Conduction of Heat in Solids. – 2nd ed. – Oxford University Press, 1959. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(59\)90029-8](https://doi.org/10.1016/0022-5096(59)90029-8)
- [15] **Kavanaugh S.**, Rafferty K. Ground-Source Heat Pumps: Design of Geothermal Systems for Commercial and Institutional Buildings. ASHRAE. 2014. – XVIII, 420 p. – ISBN: 978-1-936504-85-5 <https://sciarium.com/file/167120/>

#### References:

- [1] **Alibek, N.**, Sydykov S., Baibolov A., Akhmetkanova G., Charibayeva S., Zhakiyev N. An Integrated Horizontal Ground Heat Exchanger for Livestock Facilities // *ES Energy & Environment*. – 2025. – Vol. 29. – Art. 1690. <https://doi.org/10.30919/ee1690>
- [2] **Yerdesh, Y.**, Amanzholov T., Aliuly A., Seitov A., Toleukhanov A., Murugesan, M., Botella O., Feidt M., Wang H.S., Tsoy A., Belyayev Y. Experimental and Theoretical Investigations of a Ground Source Heat Pump System for Water and Space Heating Applications in Kazakhstan // *Energies*. – 2022. – Vol. 15. – No. 22. – Art. 8336. <https://doi.org/10.3390/en15228336>
- [3] **Baibolov, A.**, Shurat S., Nessipbek A., Amanzhol T., Balgynbek T., Francisco J., Kassym R. Map of zoning of the territory of Kazakhstan by the average temperature of the heating period in order to select a heat pump system of heat supply: A case study // *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*. – 2022. – Vol. 44. – P. 7303–7315. <https://dx.doi.org/10.30919/ee1690>
- [4] **Kassym, R.**, Baibolov A., Alibek N., Sydykov S., Jurado F., Akhmetkanova G., Zhunisbekova G., Tokmoldayev A. Determination of the possibility of using biogas technologies for the introduction of energy-saving systems microclimate // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2025. – Vol. 5. – No. 10(137). – P. 33–40. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2025.341736>
- [5] **Chen, H.**, et al. Hybrid solar–ground heat exchange systems // *Renewable Energy*. – 2019. – Vol. 139. – P. 177–188.
- [6] **Adebayo, P.** Development, modeling, and optimization of ground source heat pump systems for cold climates: A comprehensive review // *Energy and Buildings*. – 2024. – Vol. 320(21). – Art. 114646. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2024.114646>
- [7] **Florides G.A.**, Kalogirou S.A. Ground heat exchangers – A review of systems, models and applications // *Renewable Energy*. 2007. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2006.12.014>
- [8] **Mihalakakou G.**, Santamouris M., Asimakopoulos D. Modeling the thermal characteristics of the ground. // *Solar Energy*. 1994. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(94\)90636-X](https://doi.org/10.1016/0038-092X(94)90636-X)
- [9] **Hamdan, M.**, et al. Improving Thermal Energy Storage in Solar Collectors: A Study of Aluminum Oxide Nanoparticles and Flow Rate Optimization // *Energies*. – 2024. – Vol. 17. – No. 2. – Art. 276. <https://doi.org/10.3390/en17020276>
- [10] **Zhakiyev, N.**, Satan A., Akhmetkanova G., Medeshova A., Omirgaliyev R., Bracco S. Energy Management System for the Campus Microgrid Using an Internet of Things as a Service (IoTaaS) with Day-ahead Forecasting // *Procedia Computer Science*. – 2024. – Vol. 241. – P. 488–493. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2024.08.0>
- [11] **Yang H.**, Cui P., Fang Z. Vertical-borehole ground-coupled heat pumps: A review. // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2010. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.04.038>

[12] Sydykov, SH., Alibek N., Bajbolov A., Tokmoldaev A., Akhmetkanova G. Izmeneniya temperatury atmosfernogo vozduha v letnij period yuzhnyh, yugo-vostochnyh i zapadnyh regionah Kazahstana // Izdenister Natigeler. – 2024. – Т. 103. – № 3. – С. 459–470. <https://doi.org/10.37884/3-2024/50> <https://doi.org/10.37884/3-2024/50> [in Russian]

[13] Hillel D. Introduction to Environmental Soil Physics. Academic Press. 2004. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2389.2005.0756d.x>

[14] Carslaw, H.S., Jaeger, J.C. Conduction of Heat in Solids. – 2nd ed. – Oxford University Press, 1959. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(59\)90029-8](https://doi.org/10.1016/0022-5096(59)90029-8)

[15] Kavanaugh S., Rafferty K. Ground-Source Heat Pumps: Design of Geothermal Systems for Commercial and Institutional Buildings. ASHRAE. 2014. – XVIII, 420 p. – ISBN: 978-1-936504-85-5 <https://sciarium.com/file/167120/>

## МАЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ НЫСАНДАРЫНЫҢ МИКРОКЛИМАТ ЖҮЙЕЛЕРІНЕ АРНАЛҒАН ТОПЫРАҚТЫҢ ТЕМПЕРАТУРАЛЫҚ ӨРІСІН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ ЖӘНЕ ВЕРИФИКАЦИЯЛАУ

Байболов А.Е.<sup>1,2</sup>, техника ғылымдарының кандидаты

Ахметканова Г.А.<sup>1\*</sup>, 8D08702 – «Ауыл шаруашылығын энергиямен қамтамасыз ету»

білім беру бағдарламасының 3 курс докторанты

Әлібек Н.Б.<sup>1</sup>, PhD

Шымыр Ж.<sup>3</sup>, техника ғылымдарының кандидаты

Даскалов П.<sup>4</sup>, PhD, профессор

<sup>1</sup>Қазақ ұлттық аграрлық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Қазақстан Республикасы Президентінің жанындағы Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, Алматы қ., Қазақстан

<sup>3</sup>Шерхан Мұртаза атындағы Халықаралық Тараз университеті, Тараз қ., Қазақстан

<sup>4</sup>Ангел Кънчев атындағы университет, Русе қ., Болгария Республикасы

**Аңдатпа.** Мақалада Алматы облысы жағдайындағы көлденең грунттық жылуалмастырғыштар негізіндегі мал шаруашылығы нысандарының микроклимат жүйелері үшін топырақтың стационарлық емес температуралық өрісінің аналитикалық моделі әзірленіп, верификацияланды. Модель Фурьенің бірөлшемді жылуөткізгіштік теңдеуінің шешіміне негізделген және температуралық тербелістер амплитудасының тереңдік бойынша экспоненциалды бәсеңдеуін, сондай-ақ фазалық ығысудың сызықтық артуын сипаттайды. Модельді верификациялау Іле ауданының шалғынды сұр топырағында жүргізілген натурлық температуралық өлшеулер нәтижелері бойынша орындалды. Топырақтың жылуфизикалық қасиеттері TRIME құрылғысының көмегімен анықталды; өлшенген жылуөткізгіштік коэффициенті  $\lambda = 0,93$  Вт/(м·К) құрады. Эксперименттік деректер негізінде температуралық толқынның ену тереңдігі  $d=2,13$  м болып есептелді. Ең кіші квадраттар әдісі арқылы жүргізілген аппроксимация нәтижесінде тиімді бәсеңдеу тереңдігі  $d=7,83$  м екені анықталды. 3,0 м тереңдікте температура максимумының фазалық ығысуы 3 айға жететіні анықталды. Эксперименттік және аналитикалық температуралық өрістердің үшөлшемді модельдері тұрғызылды. Алынған нәтижелерді оңтүстік-шығыс Қазақстан жағдайында көлденең грунттық жылуалмастырғыштарды қолданатын мал шаруашылығы нысандарының энергия үнемдейтін микроклимат жүйелерін инженерлік жобалау және топырақтың маусымдық жылулық режимін бағалау үшін қолдануға болады.

**Тірек сөздер:** мал шаруашылығы нысандарының микроклиматы, энергия үнемдеу, математикалық модельдеу, топырақтың температуралық өрісі, көлденең грунттық жылуалмастырғыш, жылуөткізгіштік, жылу сорғысы, модельді верификациялау.

## MATHEMATICAL MODELING AND VERIFICATION OF THE SOIL TEMPERATURE FIELD FOR LIVESTOCK BUILDING MICROCLIMATE SYSTEMS

**Baibolov A.E.**<sup>1,2</sup>, Candidate of Technical Sciences  
**Akhmetkanova G.A.**<sup>1\*</sup>, 3<sup>rd</sup>-year PhD student of the educational program  
8D08702 – “Energy Supply for Agriculture”  
**Alibek N.B.**<sup>1</sup>, PhD, Senior Lecturer  
**Shymyr Zh.**<sup>3</sup>, Candidate of Technical Sciences  
**Daskalov P.**<sup>4</sup> PhD, Professor

<sup>1</sup>*Kazakh National Agrarian Research University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan under the President of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*Sherkhan Murtaza International Taraz University, Taraz, Kazakhstan*

<sup>4</sup>*Angel Kanchev University, Ruse, Republic of Bulgaria*

**Annotation.** This paper presents the development and verification of an analytical model of the non-stationary soil temperature field for livestock building microclimate systems with horizontal ground heat exchangers under the conditions of the Almaty region. The model is based on the solution of the one-dimensional Fourier heat conduction equation and describes the exponential attenuation of temperature fluctuation amplitudes as well as the linear increase of phase shift with depth. Model verification was carried out using experimental temperature measurements obtained for meadow sierozem soil in the Ili district. The thermophysical properties of the soil were determined using a TRIME device; the measured thermal conductivity was  $\lambda = 0.93 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . Based on the experimental data, the thermal wave penetration depth was calculated as  $d=2.13 \text{ m}$ . Approximation of experimental amplitudes using the least-squares method yielded an effective damping depth of  $d=7.83 \text{ m}$ . It was established that the phase shift of the maximum soil temperature at a depth of 3.0 m reaches 3 months. Three-dimensional models of the experimental and analytical temperature fields were constructed. The obtained results can be used for engineering design of energy-efficient livestock building microclimate systems employing horizontal ground heat exchangers under the climatic conditions of southeastern Kazakhstan.

**Keywords:** microclimate of livestock buildings, energy conservation, mathematical modeling, soil temperature field, horizontal ground heat exchanger, thermal conductivity, heat pump, model verification.